

Библиотечка



Подготовка
к ОГЭ

ОГЭ
2019

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

МАТЕМАТИКА

МАТЕМАТИКА

ОГЭ
2019

ФГОС

Государственное автономное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования города Москвы
«Центр педагогического мастерства»

Математика

Подготовка к ОГЭ в 2019 году

Диагностические работы

Библиотечка СтатГрад

Издание соответствует Федеральному государственному
образовательному стандарту (ФГОС)

Москва
Издательство МЦНМО
2019

УДК 373:51
ББК 22.1я72
МЗЗ

Составитель:
В. Д. Кисловская

Математика. Подготовка к ОГЭ в 2019 году. Диагностические работы. — М.: МЦНМО, 2019.

ISBN 978-5-4439-1285-1

Данное пособие предназначено для отработки практических умений и навыков учащихся при подготовке к экзамену по математике в 9 классе в форме ОГЭ. Оно содержит варианты диагностических работ по математике, содержание которых соответствует контрольно-измерительным материалам, разработанным Федеральным институтом педагогических измерений для проведения государственной итоговой аттестации. В книгу входят также ответы к заданиям и критерии проверки и оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом.

Материалы книги рекомендованы учителям и методистам для выявления уровня и качества подготовки учащихся по предмету, определения степени их готовности к государственной итоговой аттестации.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Оригинал-макет издания подготовлен в ГАОУ ДПО ЦПМ.

В сборнике использованы задания открытого банка математических задач, в разработке которого участвовали:

И. В. Яценко, Е. А. Бунимович, И. Р. Высоцкий, Л. В. Кузнецова, Е. А. Кукса, Л. О. Рослова, А. В. Семенов, В. А. Смирнов, С. Б. Суворова, А. С. Трепалин, А. В. Хачатурян, С. А. Шестаков, Д. Э. Шноль

Учебно-методическое издание

Математика. Подготовка к ОГЭ в 2019 году.
Диагностические работы

Подписано в печать 09.07.2018 г. Формат 70 × 90 ¹/₁₆ Бумага офсетная.
Печать офсетная. Тираж 5000 экз. Заказ №

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-08-04.

Отпечатано в типографии ООО «Принт сервис групп»,
тел./факс: (499) 785-05-18, e-mail: 3565264@mail.ru, www.printsg.ru
105187, г. Москва, ул. Борисовская, д. 14, стр. 6.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»:
Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745-80-31. E-mail: biblio@mccme.ru

12+

ISBN 978-5-4439-1285-1

© МЦНМО, 2019.

Предисловие

СтатГрад — это всероссийский интернет-проект, созданный для того, чтобы обеспечить каждое образовательное учреждение качественными дидактическими и методическими материалами. Основные направления деятельности СтатГрада — система диагностики образовательных достижений учащихся, методическая поддержка систем внутришкольного контроля, учебно-методические материалы для подготовки учащихся к ЕГЭ и ОГЭ. СтатГрад предоставляет методические материалы по всем ведущим дисциплинам школьной программы — по математике, физике, биологии, русскому языку, литературе, истории, обществознанию, химии, информатике, географии, иностранным языкам. Использование на уроках и при самостоятельной работе тренировочных и диагностических работ в формате ЕГЭ и ОГЭ, диагностических работ для 5–11 классов позволит учителям выявить пробелы в знаниях учащихся, а учащимся — подготовиться к государственным экзаменам, заранее попробовать свои силы. Авторы и эксперты СтатГрада — специалисты высокого класса, кандидаты и доктора наук, авторы учебной литературы для средней и высшей школы. В настоящее время СтатГрад сотрудничает более чем с 13 000 образовательных организаций России.

Настоящий сборник содержит диагностические материалы, разработанные специалистами СтатГрада для подготовки учащихся выпускных классов основной школы к ОГЭ по математике. Материалы соответствуют нормативным документам ФИПИ 2018 года.

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит девять заданий: в части 1 — шесть заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Вариант 1

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{21} + \frac{1}{28}}$.

Ответ: _____.

2 Учёный Куликов выезжает из Москвы на конференцию в Санкт-Петербургский университет. Работа конференции начинается в 8:30. В таблице дано расписание ночных поездов Москва–Санкт-Петербург.

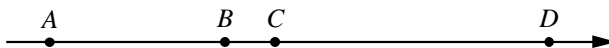
Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
032А	23:00	05:46
026А	22:42	06:32
002А	23:55	07:55
004А	23:30	08:30

Путь от вокзала до университета занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит учёному Куликову.

- 1) 032А 2) 026А 3) 002А 4) 004А

Ответ:

3 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,1032; $-0,031$; $-0,01$; $-0,104$.



Какой точке соответствует число $-0,031$?

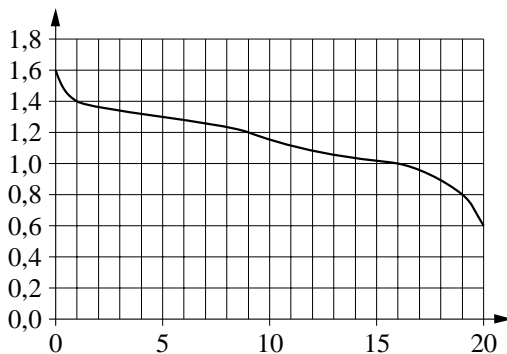
- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

4 Найдите значение выражения $\frac{360}{(2\sqrt{10})^2}$.

Ответ: _____.

5 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первый час работы фонарика.



Ответ: _____.

6 Решите уравнение $-\frac{4}{7}x^2 + 28 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

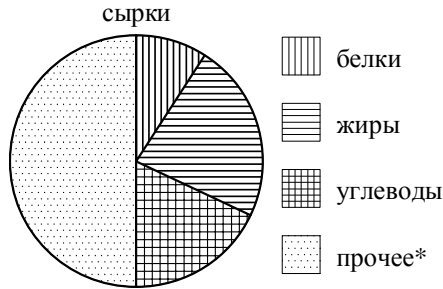
7

Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

Ответ: _____.

8

На диаграмме показано содержание питательных веществ в творожных сырках. Определите по диаграмме, содержание каких веществ преобладает.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) белки 2) жиры 3) углеводы 4) прочее

Запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9

В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 2 чёрные, 5 жёлтых и 13 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

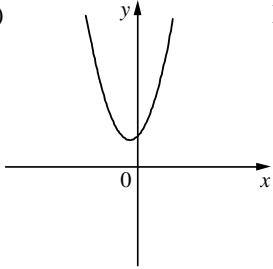
Ответ: _____.

10

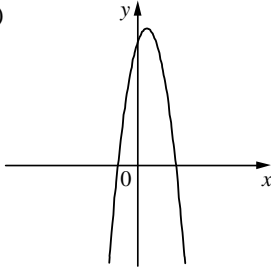
На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ

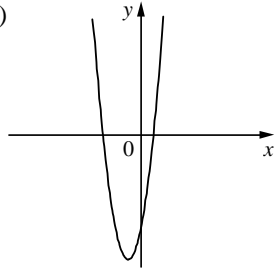
А)



Б)



В)



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $a > 0, c < 0$

2) $a > 0, c > 0$

3) $a < 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

$$-25; -20; -16; \dots$$

Найдите её четвёртый член.

Ответ: _____.

12

Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{48x} \cdot \frac{6x}{x + y}$ при $x = 1,5, y = -3,2$.

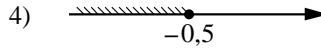
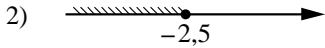
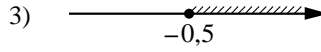
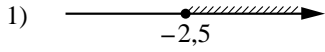
Ответ: _____.

- 13** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 149 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение неравенства

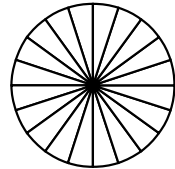
$$2x + 4 \leq -4x + 1.$$



Ответ:

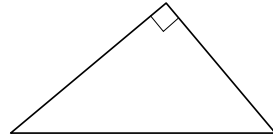
Модуль «Геометрия»

- 15** Колесо имеет 20 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



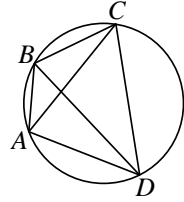
Ответ: _____.

- 16** Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.



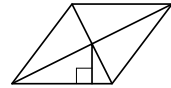
Ответ: _____.

- 17** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 112° , угол CAD равен 70° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



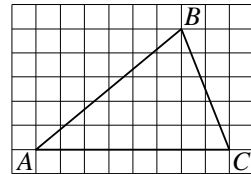
Ответ: _____.

- 18** Сторона ромба равна 10, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 3. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 20** Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В параллелограмме есть два равных угла.
- 2) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
- 3) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $(x - 2)(x^2 + 6x + 9) = 6(x + 3)$.

22 Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 42 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

23 Постройте график функции

$$y = |x^2 + x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 12$, $DC = 48$, $AC = 35$.

25 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Вариант 2

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{42}}$.

Ответ: _____.

2

Учёный Иванов выезжает из Москвы на конференцию в Санкт-Петербургский университет. Работа конференции начинается в 10:00. В таблице дано расписание ночных поездов Москва–Санкт-Петербург.

Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
026А	22:42	06:32
002А	23:55	07:55
038А	22:42	06:40
016А	00:43	09:12

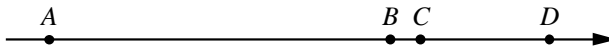
Путь от вокзала до университета занимает полтора часа. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит учёному Иванову.

- 1) 026А 2) 002А 3) 038А 4) 016А

Ответ:

3

На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $-0,502$; $0,25$; $0,205$; $0,52$.



Какой точке соответствует число $0,25$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

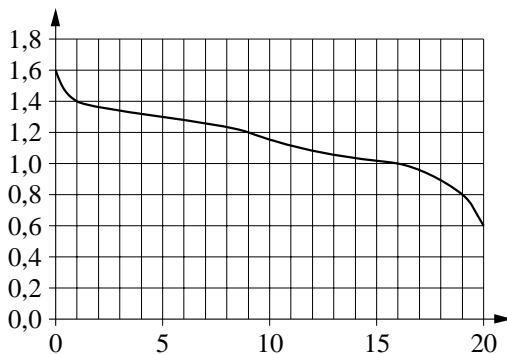
4

Найдите значение выражения $\frac{54}{(3\sqrt{2})^2}$.

Ответ: _____.

5

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 20 часов работы фонарика.



Ответ: _____.

6

Решите уравнение $\frac{1}{7}x^2 - 28 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

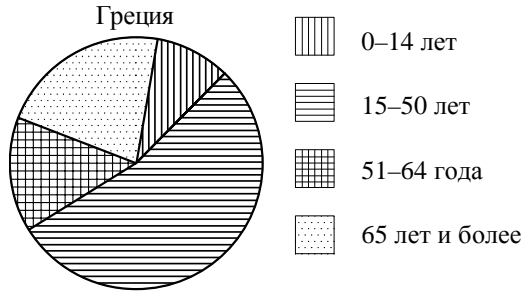
7

Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 42 гектара и распределена между зерновыми и техническими культурами в отношении 3:4. Сколько гектаров занимают технические культуры?

Ответ: _____.

8

На диаграмме показан возрастной состав населения Греции. Определите по диаграмме, население какого возраста преобладает.



- 1) 0–14 лет 2) 15–50 лет 3) 51–64 года 4) 65 лет и более

Запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9

В фирме такси в данный момент свободно 12 машин: 2 чёрные, 6 жёлтых и 4 зелёные. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

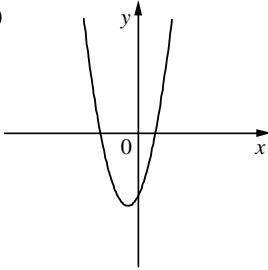
Ответ: _____.

10

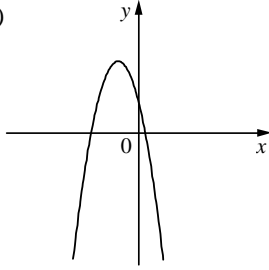
На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ

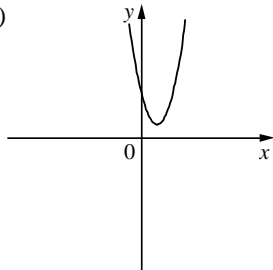
А)



Б)



В)



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $a > 0, c < 0$

2) $a < 0, c > 0$

3) $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

$-250; 150; -90; \dots$

Найдите её пятый член.

Ответ: _____.

12

Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{18x} \cdot \frac{6x}{x + y}$ при $x = 6,9, y = -9,3$.

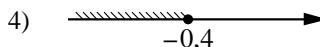
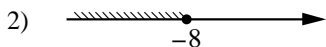
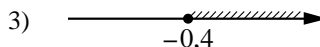
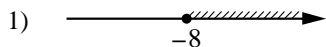
Ответ: _____.

- 13** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 59 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение неравенства

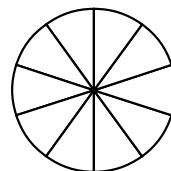
$$-2x + 5 \leq -3x - 3.$$



Ответ:

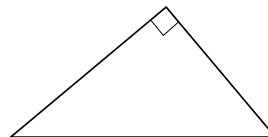
Модуль «Геометрия»

- 15** Колесо имеет 10 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



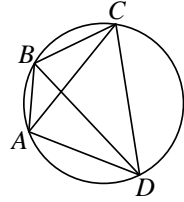
Ответ: _____.

- 16** Катеты прямоугольного треугольника равны 30 и 40. Найдите гипотенузу этого треугольника.



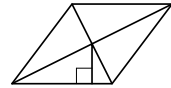
Ответ: _____.

- 17** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 138° , угол CAD равен 83° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



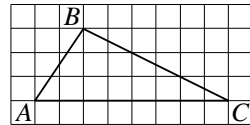
Ответ: _____.

- 18** Сторона ромба равна 12, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 20** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все равнобедренные треугольники подобны.
- 2) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
- 3) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$.

22 Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 73 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

23 Постройте график функции

$$y = |x^2 + 5x + 6|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 15$, $DC = 30$, $AC = 39$.

25 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 80, а площадь равна 320, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Вариант 3

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{72} - \frac{1}{99}}$.

Ответ: _____.

2 Студент Петров выезжает из Наро-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице дано расписание утренних электропоездов от станции Нара до Киевского вокзала в Москве.

Отправление от ст. Нара	Прибытие на Киевский вокзал
06:37	07:59
07:02	08:06
07:16	08:30
07:31	08:52

Путь от вокзала до университета занимает 40 минут. Укажите время отправления от станции Нара самого позднего (по времени отправления) электропоезда, который подходит студенту.

- 1) 06:37 2) 07:02 3) 07:16 4) 07:31

Ответ:

3 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,508; 0,85; $-0,05$; 0,058.



Какой точке соответствует число 0,058?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

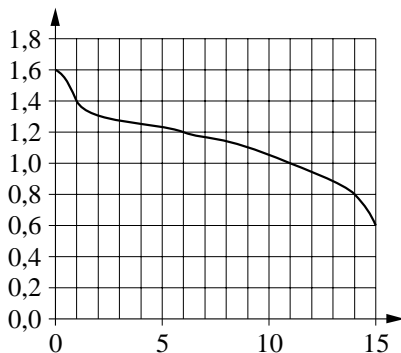
4

Найдите значение выражения $\frac{90}{(3\sqrt{5})^2}$.

Ответ: _____.

5

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 6 часов работы фонарика.



Ответ: _____.

6

Решите уравнение $-\frac{4}{3}x^2 + 12 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

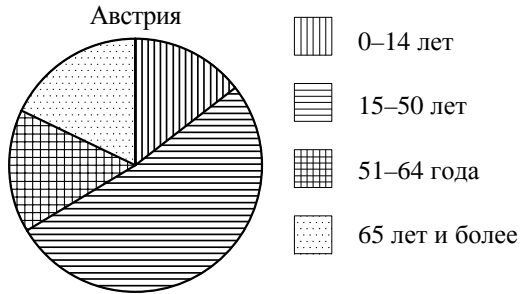
7

Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 49 гектаров и распределена между зерновыми культурами и картофелем в отношении 2:5. Сколько гектаров занимает картофель?

Ответ: _____.

8

На диаграмме показан возрастной состав населения Австрии. Определите по диаграмме, население какого возраста преобладает.



- 1) 0–14 лет 2) 15–50 лет 3) 51–64 года 4) 65 лет и более

Запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9

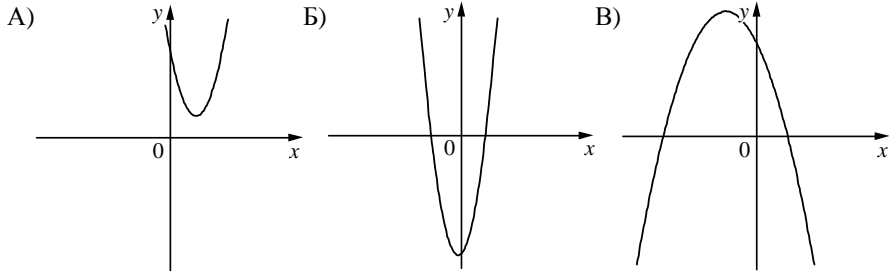
В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 2 чёрные, 2 жёлтые и 16 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

Ответ: _____.

10

На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $a > 0, c < 0$

2) $a < 0, c > 0$

3) $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

100; 20; 4; ...

Найдите её пятый член.

Ответ: _____.

12

Найдите значение выражения $\frac{x^2 - xy}{12y} \cdot \frac{4y}{x - y}$ при $x = 7,8, y = 17$.

Ответ: _____.

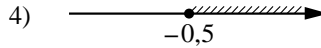
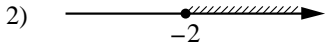
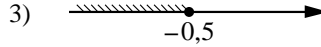
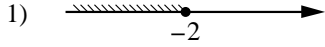
13

Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 23 градуса по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

14 Укажите решение неравенства

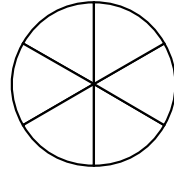
$$3 - x \geq 3x + 5.$$



Ответ:

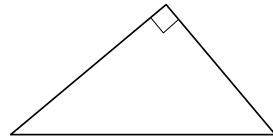
Модуль «Геометрия»

15 Колесо имеет 6 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



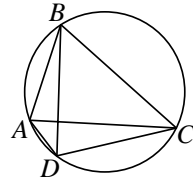
Ответ: _____.

16 Катеты прямоугольного треугольника равны 9 и 12. Найдите гипотенузу этого треугольника.



Ответ: _____.

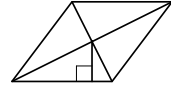
17 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 54° , угол CAD равен 41° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

18

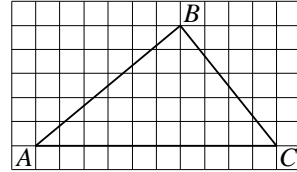
Сторона ромба равна 12, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

19

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

20

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.
- 2) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.
- 3) Смежные углы всегда равны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x(x^2 + 4x + 4) = 3(x + 2)$.

22 Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

23 Постройте график функции

$$y = |x^2 - 4x + 3|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 56$, $AC = 40$.

25 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.

26 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 40, а площадь равна 80, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Вариант 4

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{36} + \frac{1}{45}}$.

Ответ: _____.

- 2 Учёный Куликов выезжает из Москвы на конференцию в Санкт-Петербургский университет. Работа конференции начинается в 10:00. В таблице дано расписание ночных поездов Москва–Санкт-Петербург.

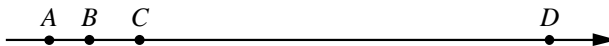
Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
026А	22:42	06:32
002А	23:55	07:55
038А	22:42	06:40
016А	00:43	09:12

Путь от вокзала до университета занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит учёному Куликову.

- 1) 026А 2) 002А 3) 038А 4) 016А

Ответ:

- 3 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.



Какой точке соответствует число 0,03?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

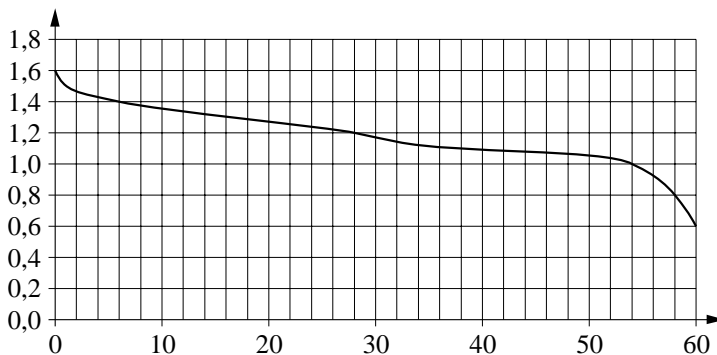
4

Найдите значение выражения $\frac{160}{(2\sqrt{5})^2}$.

Ответ: _____.

5

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 60 часов работы фонарика.



Ответ: _____.

6

Решите уравнение $-\frac{1}{5}x^2 + 20 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

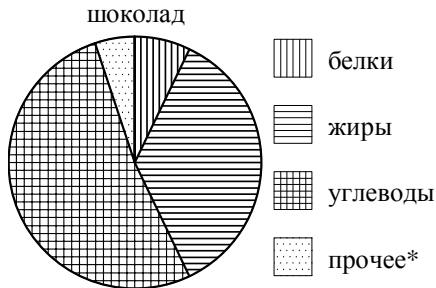
7

Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 42 гектара и распределена между зерновыми и техническими культурами в отношении 3:4. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ: _____.

8

На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, содержание каких веществ преобладает.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) белки 2) жиры 3) углеводы 4) прочее

Запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9

В фирме такси в данный момент свободно 12 машин: 3 чёрные, 6 жёлтых и 3 зелёные. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет зелёное такси.

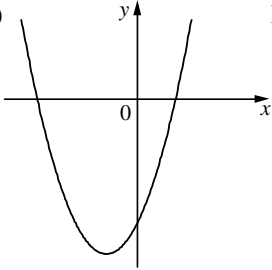
Ответ: _____.

10

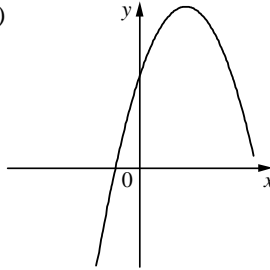
На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ

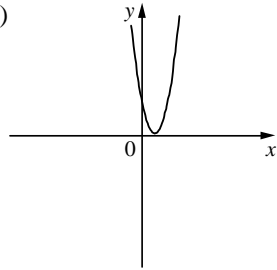
А)



Б)



В)



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $a < 0, c > 0$

2) $a > 0, c > 0$

3) $a > 0, c < 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

7; 14; 28; ...

Найдите её пятый член.

Ответ: _____.

12

Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x + y}$ при $x = 9,5, y = -6$.

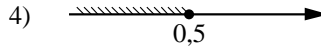
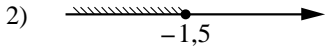
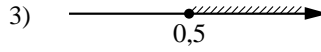
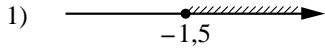
Ответ: _____.

- 13** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует -112 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение неравенства

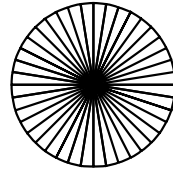
$$4x - 5 \geq 2x - 4.$$



Ответ:

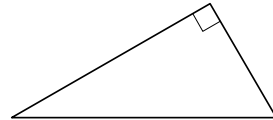
Модуль «Геометрия»

- 15** Колесо имеет 40 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



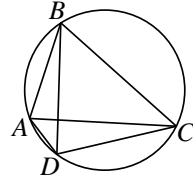
Ответ: _____.

- 16** Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 15. Найдите гипотенузу этого треугольника.



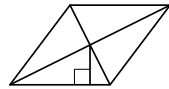
Ответ: _____.

- 17** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 38° , угол CAD равен 33° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



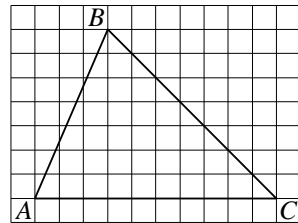
Ответ: _____.

- 18** Сторона ромба равна 7, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 3. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 20** Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запяток и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21

Решите уравнение $(x-1)(x^2+4x+4)=4(x+2)$.

22

Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

23

Постройте график функции

$$y = |x^2 + 3x + 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24

Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=18$, $DC=54$, $AC=48$.

25

На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K . Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.

26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 20 и площадь равна 20, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Вариант 5

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1) Найдите значение выражения $\frac{9,4}{4,1+5,3}$.

Ответ: _____.

2) В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	12,3	9,9	11,7	10,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, получившие зачёт.

- 1) II, IV
- 2) только II
- 3) только III
- 4) I, III

Ответ:

3) Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{17}{15}$ и $\frac{16}{13}$?

- 1) 1,2
- 2) 1,3
- 3) 1,4
- 4) 1,5

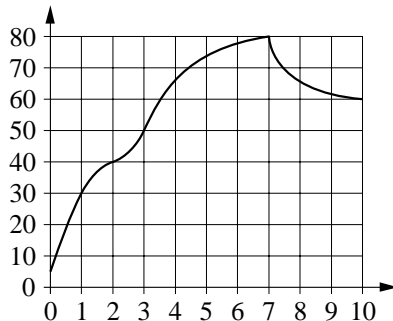
Ответ:

4) Найдите значение выражения $2\sqrt{13} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{26}$.

Ответ: _____.

5

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, через сколько минут с момента запуска двигатель нагреется до 40°C .



Ответ: _____.

6

Решите уравнение $x^2 - 12x + 20 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

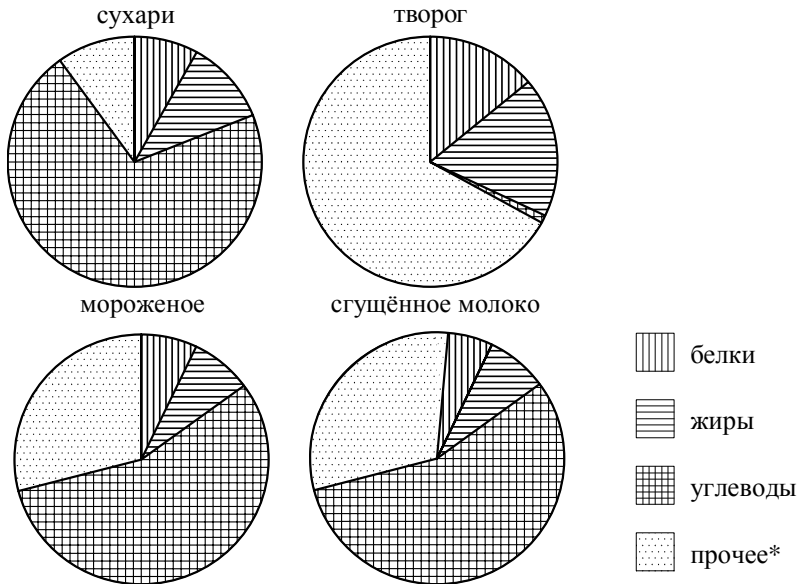
7

Спортивный магазин проводит акцию. Любой джемпер стоит 400 рублей. При покупке двух джемперов предоставляется скидка на второй джемпер 75%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух джемперов в период действия акции?

Ответ: _____.

8

На диаграммах показано содержание питательных веществ в сухарях, твороге, сливочном мороженом и сгущённом молоке. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание углеводов превышает 60 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) сухари
- 2) творог
- 3) мороженое
- 4) сгущённое молоко

Запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9

На экзамене 20 билетов, Оскар **не выучил** 7 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

10 Установите соответствие между функциями и их графиками.

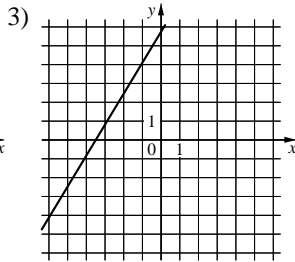
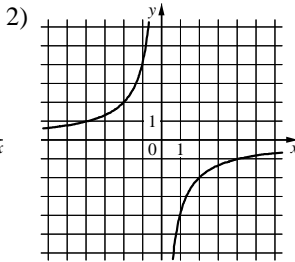
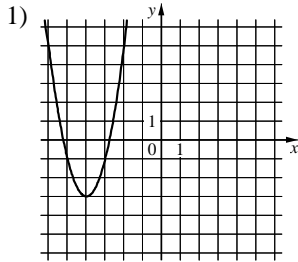
ФУНКЦИИ

А) $y = 2x^2 + 16x + 29$

Б) $y = \frac{5}{3}x + 6$

В) $y = -\frac{4}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями

$$b_1 = -5, \quad b_{n+1} = 2b_n.$$

Найдите b_7 .

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения $\frac{1}{8x} - \frac{8x+8y}{64xy}$ при $x = \sqrt{30}$, $y = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

- 13** Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна 9 с^{-1} , а центростремительное ускорение равно 648 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение неравенства

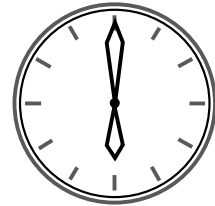
$$5x - 3(5x - 8) < -7.$$

- 1) $(-\infty; 3,1)$
- 2) $(-1,7; +\infty)$
- 3) $(-\infty; -1,7)$
- 4) $(3,1; +\infty)$

Ответ:

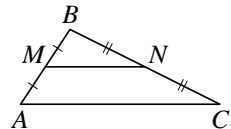
Модуль «Геометрия»

- 15** Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 18:00. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

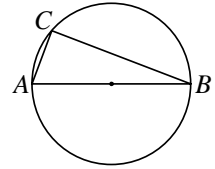
- 16** Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно, сторона AB равна 42, сторона BC равна 44, сторона AC равна 62. Найдите MN .



Ответ: _____.

17

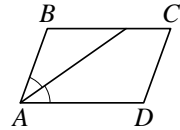
Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 6,5. Найдите AC , если $BC = 12$.



Ответ: _____.

18

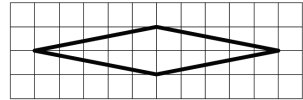
Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 8° . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

19

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

20

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 2) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
- 3) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $(x-4)^4 - 4(x-4)^2 - 21 = 0$.

22 Моторная лодка прошла против течения реки 221 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

23 Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - 3x)|x|}{x - 3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 150° , а $CD = 32$.

25 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы AA_1C_1 и ACC_1 равны.

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

Вариант 6

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{1,6}{2,6-1,8}$.

Ответ: _____.

2 В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,5 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	12,4	11,1	10,4	10,2

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

- 1) только I
- 2) I, II
- 3) III, IV
- 4) только IV

Ответ:

3 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{4}{11}$ и $\frac{7}{17}$?

- 1) 0,1
- 2) 0,2
- 3) 0,3
- 4) 0,4

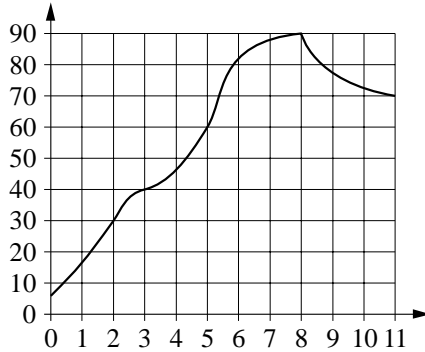
Ответ:

4 Найдите значение выражения $4\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$.

Ответ: _____.

5

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, через сколько минут с момента запуска двигатель нагреется до 40°C .



Ответ: _____.

6

Решите уравнение $x^2 - 10x + 21 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

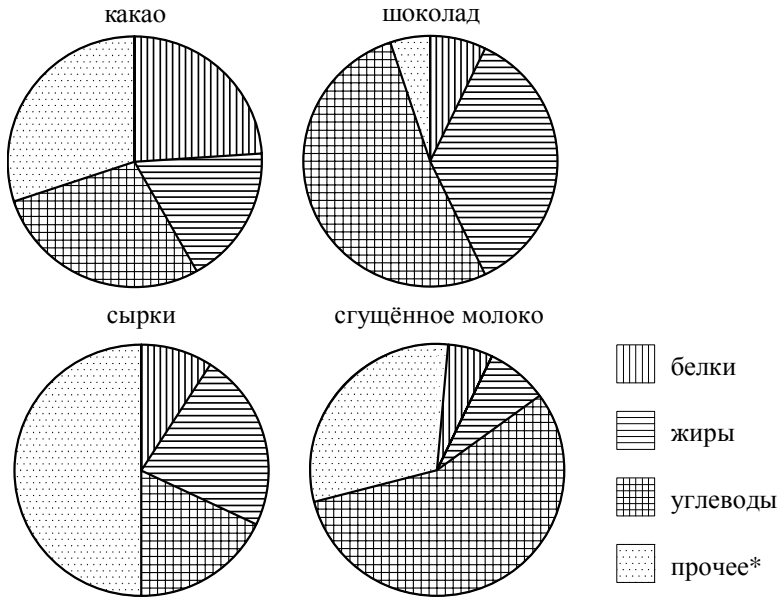
7

Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 200 рублей. При покупке двух футболок предоставляется скидка на вторую футболку 80 %. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?

Ответ: _____.

8

На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, творожных сырках и сгущённом молоке. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание белков превышает 20 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) сырки
- 4) сгущённое молоко

Запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9

На экзамене 35 билетов, Стас **не выучил** 7 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

10

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

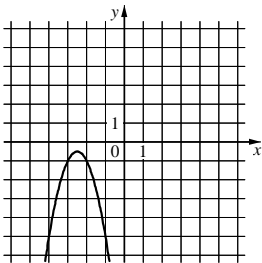
А) $y = -\frac{9}{x}$

Б) $y = \frac{1}{3}x + 1$

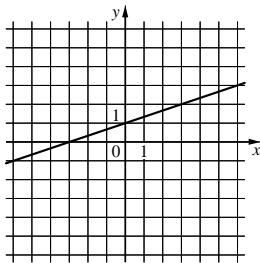
В) $y = -2x^2 - 10x - 13$

ГРАФИКИ

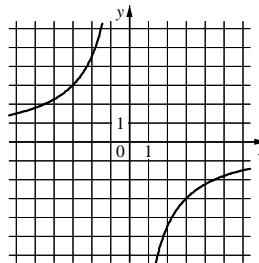
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11

Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями

$$b_1 = -2, \quad b_{n+1} = 2b_n.$$

Найдите b_7 .

Ответ: _____.

12

Найдите значение выражения $\frac{1}{6x} - \frac{6x+y}{6xy}$ при $x = \sqrt{48}$, $y = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

- 13** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $7,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $337,5 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение неравенства

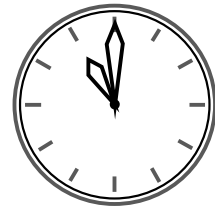
$$5x - 2(2x - 8) < -5.$$

- 1) $(-\infty; 11)$
- 2) $(11; +\infty)$
- 3) $(-\infty; -21)$
- 4) $(-21; +\infty)$

Ответ:

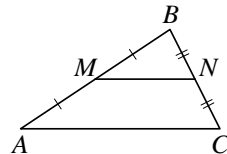
Модуль «Геометрия»

- 15** Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 11:00. Ответ дайте в градусах.



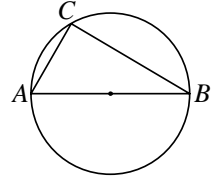
Ответ: _____.

- 16** Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно, сторона AB равна 66, сторона BC равна 37, сторона AC равна 74. Найдите MN .



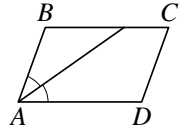
Ответ: _____.

- 17** Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 17. Найдите AC , если $BC = 30$.



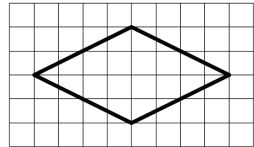
Ответ: _____.

- 18** Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 16° . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 20** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) В параллелограмме есть два равных угла.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $(x + 2)^4 - 4(x + 2)^2 - 5 = 0$.

22 Моторная лодка прошла против течения реки 192 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

23 Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x - 1}.$$

Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD = 24$.

25 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 16. Найдите стороны треугольника ABC .

Вариант 7

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1) Найдите значение выражения $\frac{5,6}{8,5 - 2,9}$.

Ответ: _____.

2) В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,8 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,7	10,9	9,8	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, получившие зачёт.

- 1) только II
- 2) II, IV
- 3) только III
- 4) I, III

Ответ:

3) Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{8}{15}$ и $\frac{12}{19}$?

- 1) 0,4
- 2) 0,5
- 3) 0,6
- 4) 0,7

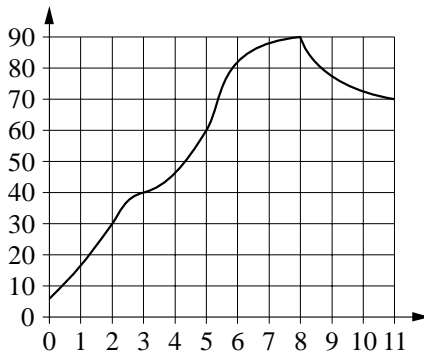
Ответ:

4) Найдите значение выражения $9\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{14}$.

Ответ: _____.

5

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, за сколько минут двигатель нагреется с 30°C до 40°C .



Ответ: _____.

6

Решите уравнение $x^2 - 11x + 18 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

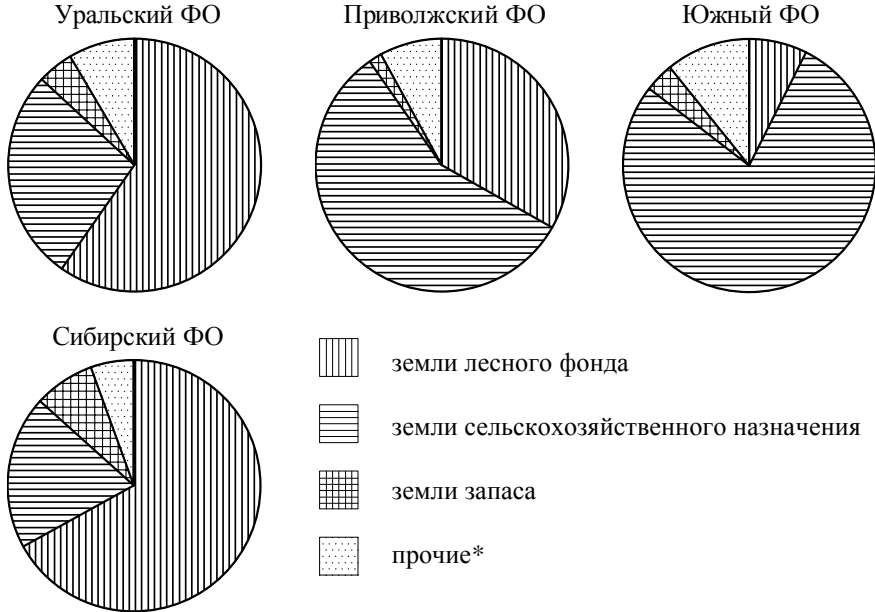
7

Спортивный магазин проводит акцию. Любой джемпер стоит 400 рублей. При покупке двух джемперов предоставляется скидка на второй джемпер 60%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух джемперов в период действия акции?

Ответ: _____.

8

На диаграммах показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Сибирского федеральных округов. Определите по диаграммам, в каких округах доля земель лесного фонда превышает 50 %.



*Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- 1) Уральский ФО
- 2) Приволжский ФО
- 3) Южный ФО
- 4) Сибирский ФО

Запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

9

На экзамене 25 билетов, Костя **не выучил** 4 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

10 Установите соответствие между функциями и их графиками.

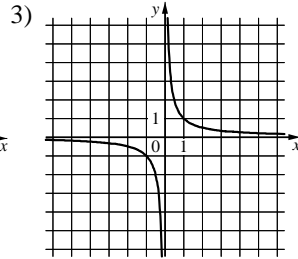
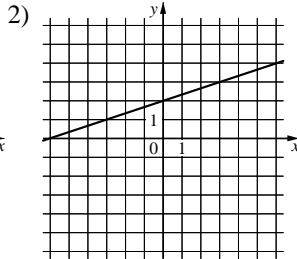
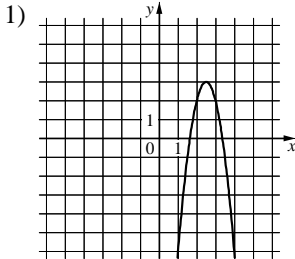
ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{3}x + 2$

Б) $y = -4x^2 + 20x - 22$

В) $y = \frac{1}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = -4b_n.$$

Найдите b_4 .

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения $\frac{1}{3x} - \frac{3x+5y}{15xy}$ при $x = \sqrt{45}$, $y = \frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

- 13** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $0,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $1,75 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение неравенства

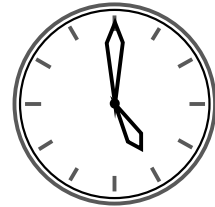
$$3x - 2(x - 2) > -4.$$

- 1) $(0; +\infty)$
- 2) $(-8; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 0)$
- 4) $(-\infty; -8)$

Ответ:

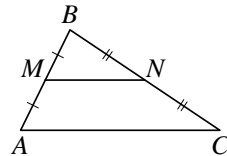
Модуль «Геометрия»

- 15** Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 17:00. Ответ дайте в градусах.



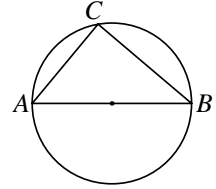
Ответ: _____.

- 16** Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно, сторона AB равна 21, сторона BC равна 22, сторона AC равна 28. Найдите MN .



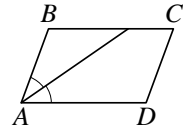
Ответ: _____.

- 17** Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 14,5. Найдите AC , если $BC = 21$.



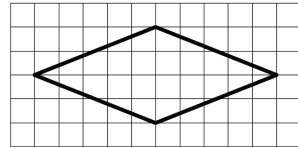
Ответ: _____.

- 18** Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 41° . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 20** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали равнобедренной трапеции равны.
- 2) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $(x - 2)^4 + 3(x - 2)^2 - 10 = 0$.

22 Моторная лодка прошла против течения реки 288 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

23 Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 1,5x)|x|}{x - 2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.

25 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1A_1 и CAA_1 равны.

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 28. Найдите стороны треугольника ABC .

Вариант 8

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Модуль «Алгебра»

1) Найдите значение выражения $\frac{5,6}{1,9 - 7,5}$.

Ответ: _____.

2) В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,5 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,6	9,7	10,1	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

- 1) только I
- 2) только II
- 3) I, IV
- 4) II, III

Ответ:

3) Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{9}{19}$ и $\frac{5}{9}$?

- 1) 0,2
- 2) 0,3
- 3) 0,4
- 4) 0,5

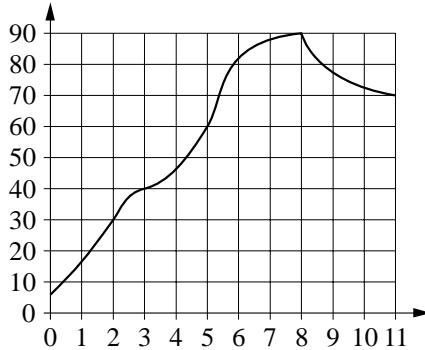
Ответ:

4) Найдите значение выражения $5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$.

Ответ: _____.

5

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, через сколько минут с момента запуска двигатель нагреется до 60°C .



Ответ: _____.

6

Решите уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

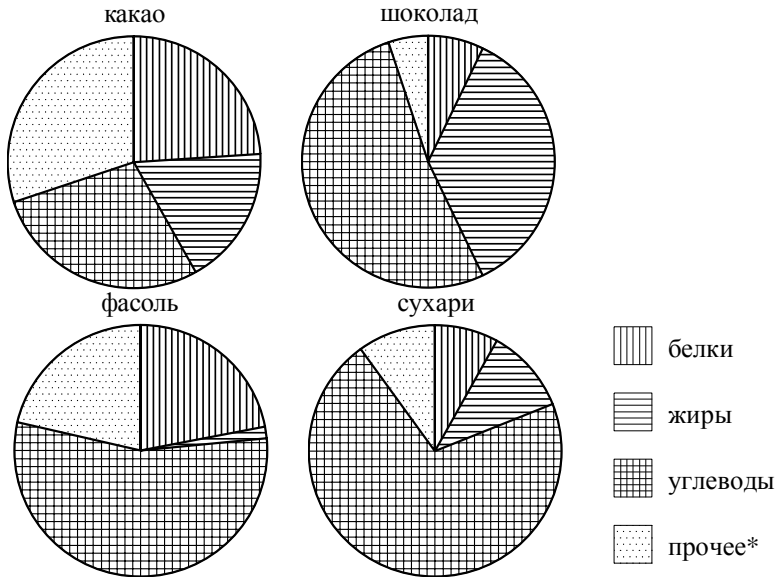
7

Спортивный магазин проводит акцию. Любой свитер стоит 800 рублей. При покупке двух свитеров предоставляется скидка на второй свитер 60%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух свитеров в период действия акции?

Ответ: _____.

8

На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сухарях. Определите по диаграммам, в каких продуктах суммарное содержание углеводов и жиров превышает 75 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) фасоль
- 4) сухари

Запишите номера выбранных вариантов ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

9

На экзамене 25 билетов, Стас **не выучил** 5 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

10 Установите соответствие между функциями и их графиками.

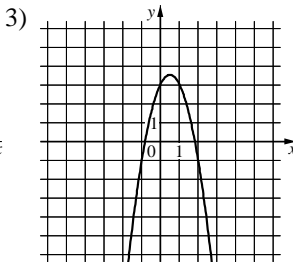
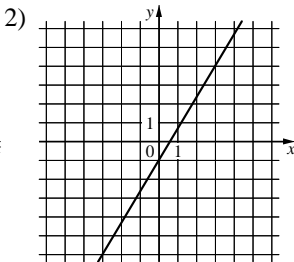
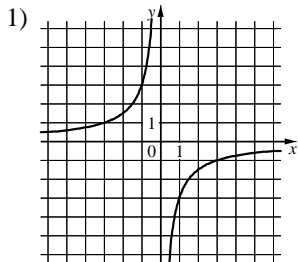
ФУНКЦИИ

А) $y = -2x^2 + 2x + 3$

Б) $y = -\frac{3}{x}$

В) $y = \frac{5}{3}x - 1$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 4b_n.$$

Найдите b_4 .

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения $\frac{1}{4x} - \frac{4x+y}{4xy}$ при $x = \sqrt{22}$, $y = \frac{1}{6}$.

Ответ: _____.

- 13** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна 9 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 405 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 14** Укажите решение неравенства

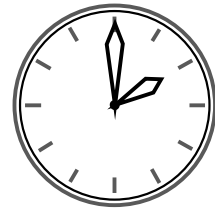
$$8x - 3(3x + 8) \geq 9.$$

- 1) $[15; +\infty)$
- 2) $(-\infty; -33]$
- 3) $(-\infty; 15]$
- 4) $[-33; +\infty)$

Ответ:

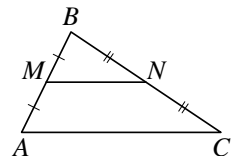
Модуль «Геометрия»

- 15** Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в $14:00$. Ответ дайте в градусах.



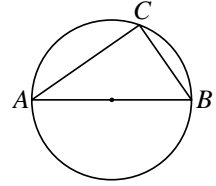
Ответ: _____.

- 16** Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно, сторона AB равна 31, сторона BC равна 42, сторона AC равна 50. Найдите MN .



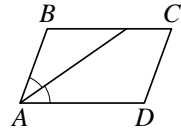
Ответ: _____.

- 17** Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 10. Найдите BC , если $AC = 16$.



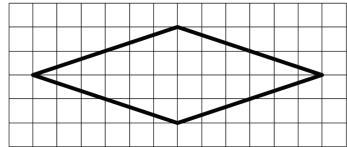
Ответ: _____.

- 18** Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 12° . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 20** Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
- 3) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $(x+2)^4 + (x+2)^2 - 12 = 0$.

22 Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч.

23 Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 2,25x)|x|}{x-3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD = 36$.

25 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 36. Найдите стороны треугольника ABC .

Справочные материалы

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Справочные материалы
ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C.$$

- Формула длины l окружности радиуса R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R\varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиуса R :

$$S = \pi R^2.$$

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	12	17,5	264	20
2	3	2	2	4
3	2	3	2	3
4	9	3	2	8
5	0,2	1	1,2	1
6	7	14	–3	10
7	9	24	35	18
8	4	2	2	3
9	0,25	0,5	0,1	0,25
10	231	123	312	312
11	–12,8	–32,4	0,16	112
12	–0,4	–3,1	2,6	–1,2
13	65	15	–5	–80
14	4	2	3	3
15	18	36	60	9
16	29	50	15	17
17	42	55	13	5
18	60	48	24	42
19	4	4	5	5
20	12; 21	2	2	13; 31

Ответы к заданиям

№ задания	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
1	1	2	1	-1
2	1	3	4	4
3	1	4	3	4
4	260	180	252	220
5	2	3	1	5
6	10	7	9	2
7	500	240	560	1120
8	1	1	14; 41	24; 42
9	0,65	0,8	0,84	0,8
10	132	321	213	312
11	-320	-128	-384	192
12	-0,5	-4	-0,4	-6
13	8	6	7	5
14	4	3	2	2
15	180	30	150	60
16	31	37	14	25
17	5	16	20	12
18	16	32	82	24
19	10	8	10	12
20	1	3	1	23; 32

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Вариант 1

21

Решите уравнение $(x-2)(x^2+6x+9)=6(x+3)$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$(x-2)(x+3)^2=6(x+3); (x+3)((x-2)(x+3)-6)=0; (x+3)(x^2+x-12)=0,$$

откуда $x=-3$, $x=-4$ или $x=3$.

Ответ: -4 ; -3 ; 3 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 42 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна C_1 %, а во втором — C_2 % .

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{48C_1 + 42C_2}{90} = 42, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 40; \end{cases} \begin{cases} 48C_1 + 42C_2 = 3780, \\ C_1 + C_2 = 80, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 70$, $C_2 = 10$. Значит, во втором сосуде содержится 4,2 кг кислоты.

Ответ: 4,2 кг.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции

$$y = |x^2 + x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + x - 2$ при $x < -2$ и $x > 1$ и график функции $y = -x^2 - x + 2$ при $-2 \leq x \leq 1$.

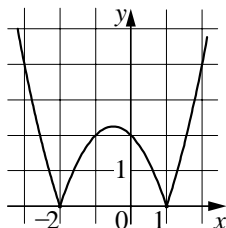


График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

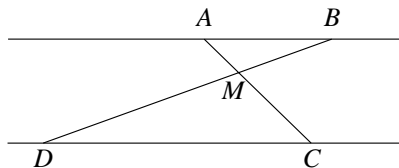
Ответ: 4.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=12$, $DC=48$, $AC=35$.

Решение.



Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие при параллельных прямых AB и CD и секущей AC (см. рисунок), углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{12}{48} = 0,25.$$

Следовательно,

$$AC = AM + MC = 0,25MC + MC = 1,25MC,$$

откуда $MC = \frac{AC}{1,25} = 28$.

Ответ: 28.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

Доказательство.

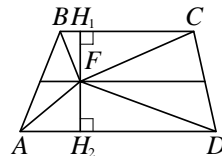
Проведём через точку F высоты H_1H_2 трапеции.

По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

Пусть $FH_1 = FH_2 = h$. Тогда сумма площадей треугольников BFC и AFD равна

$$h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы площадей треугольников.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

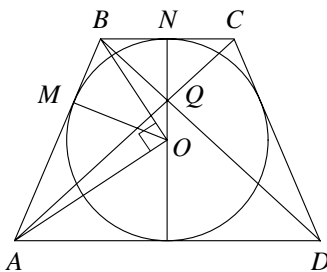
В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований и равна 60, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 60r.$$



Значит, $r = 9$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(30 - AM) = 81.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 27$. Тогда $AD = 54$, $BC = 6$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 9, значит, высота QN треугольника BQC

составляет $\frac{1}{10}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{10} \cdot 18 = 1,8$.

Ответ: 1,8.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Вариант 2**21**Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$.**Решение.**

Преобразуем уравнение:

$$x(x+1)^2 = 6(x+1); \quad (x+1)(x(x+1)-6)=0; \quad (x+1)(x^2+x-6)=0,$$

откуда $x = -1$, $x = -3$ или $x = 2$.**Ответ:** -3 ; -1 ; 2 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 73 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна C_1 %, а во втором — C_2 % .

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{40C_1 + 30C_2}{70} = 73, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 72; \end{cases} \begin{cases} 40C_1 + 30C_2 = 5110, \\ C_1 + C_2 = 144, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 79$, $C_2 = 65$. Значит, во втором сосуде содержится 19,5 кг кислоты.

Ответ: 19,5 кг.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции

$$y = |x^2 + 5x + 6|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 5x + 6$ при $x < -3$ и $x > -2$ и график функции $y = -x^2 - 5x - 6$ при $-3 \leq x \leq -2$.

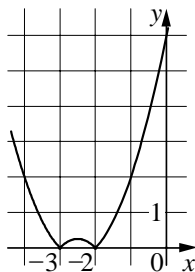


График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

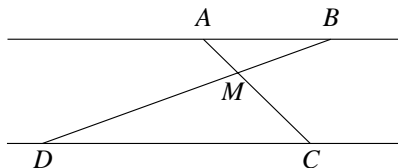
Ответ: 4.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=15$, $DC=30$, $AC=39$.

Решение.



Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие при параллельных прямых AB и CD и секущей AC (см. рисунок), углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{15}{30} = 0,5.$$

Следовательно,

$$AC = AM + MC = 0,5MC + MC = 1,5MC,$$

откуда $MC = \frac{AC}{1,5} = 26$.

Ответ: 26.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

Доказательство.

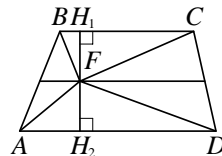
Проведём через точку F высоту H_1H_2 трапеции.

По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

Пусть $FH_1 = FH_2 = h$. Тогда сумма площадей треугольников BFC и AFD равна

$$h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы площадей треугольников.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 80, а площадь равна 320, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований и равна 40, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 40r.$$

Значит, $r = 8$.

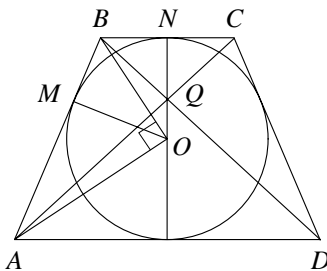
Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(20 - AM) = 64.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 16$. Тогда $AD = 32$, $BC = 8$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 4, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{5}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{5} \cdot 16 = 3,2$.

Ответ: 3,2.



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

Вариант 3**21**Решите уравнение $x(x^2 + 4x + 4) = 3(x + 2)$.**Решение.**

Преобразуем уравнение:

$$x(x+2)^2 = 3(x+2); \quad (x+2)(x(x+2)-3) = 0; \quad (x+2)(x^2+2x-3) = 0,$$

откуда $x = -2$, $x = -3$ или $x = 1$.**Ответ:** -3 ; -2 ; 1 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна C_1 %, а во втором — C_2 %.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4C_1 + 16C_2}{20} = 57, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 60; \end{cases} \begin{cases} 4C_1 + 16C_2 = 1140, \\ C_1 + C_2 = 120, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 65$, $C_2 = 55$. Значит, в первом сосуде содержится 2,6 кг кислоты.

Ответ: 2,6 кг.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции

$$y = |x^2 - 4x + 3|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 - 4x + 3$ при $x < 1$ и $x > 3$ и график функции $y = -x^2 + 4x - 3$ при $1 \leq x \leq 3$.

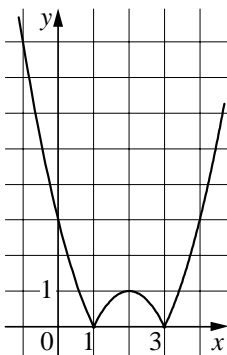


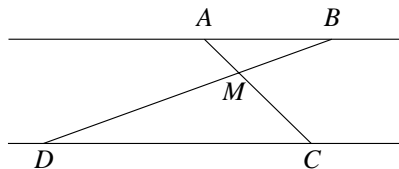
График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

Ответ: 4.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=14$, $DC=56$, $AC=40$.

Решение.

Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие при параллельных прямых AB и CD и секущей AC (см. рисунок), углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{14}{56} = 0,25.$$

Следовательно,

$$AC = AM + MC = 0,25MC + MC = 1,25MC,$$

откуда $MC = \frac{AC}{1,25} = 32$.

Ответ: 32.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.

Доказательство.

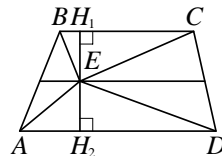
Проведём через точку E высоты H_1H_2 трапеции.

По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

Пусть $EH_1 = EH_2 = h$. Тогда сумма площадей треугольников BEC и AED равна

$$h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы площадей треугольников.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

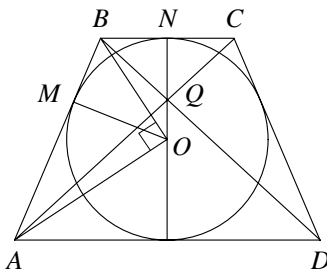
В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 40, а площадь равна 80, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований и равна 20, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 20r.$$



Значит, $r = 4$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(10 - AM) = 16.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 8$. Тогда $AD = 16$, $BC = 4$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 4, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{5}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{5} \cdot 8 = 1,6$.

Ответ: 1,6.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Вариант 4**21**Решите уравнение $(x-1)(x^2+4x+4)=4(x+2)$.**Решение.**

Преобразуем уравнение:

$$(x-1)(x+2)^2=4(x+2); (x+2)((x-1)(x+2)-4)=0; (x+2)(x^2+x-6)=0,$$

откуда $x=-2$, $x=-3$ или $x=2$.**Ответ:** -3 ; -2 ; 2 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна C_1 %, а во втором — C_2 % .

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{24C_1 + 26C_2}{50} = 39, \\ \frac{C_1 + C_2}{2} = 40; \end{cases} \begin{cases} 24C_1 + 26C_2 = 1950, \\ C_1 + C_2 = 80, \end{cases}$$

откуда $C_1 = 65$, $C_2 = 15$. Значит, в первом сосуде содержится 15,6 кг кислоты.

Ответ: 15,6 кг.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции

$$y = |x^2 + 3x + 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 3x + 2$ при $x < -2$ и $x > -1$ и график функции $y = -x^2 - 3x - 2$ при $-2 \leq x \leq -1$.

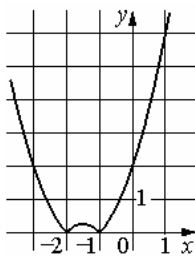


График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

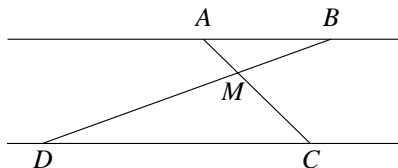
Ответ: 4.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=18$, $DC=54$, $AC=48$.

Решение.



Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие при параллельных прямых AB и CD и секущей AC (см. рисунок), углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}.$$

Следовательно,

$$AC = AM + MC = \frac{1}{3}MC + MC = \frac{4}{3}MC,$$

откуда $MC = \frac{3AC}{4} = 36$.

Ответ: 36.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K . Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.

Доказательство.

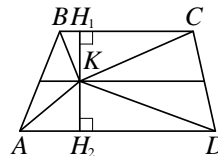
Проведём через точку K высоту H_1H_2 трапеции.

По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

Пусть $KH_1 = KH_2 = h$. Тогда сумма площадей треугольников BKC и AKD равна

$$h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы площадей треугольников.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

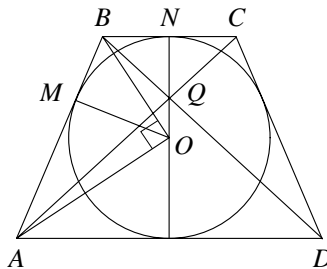
26

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 20 и площадь равна 20, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рисунок).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований и равна 10, поэтому



Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 10r.$$

Значит, $r = 2$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный, а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; \quad AM(AB - AM) = r^2; \quad AM(5 - AM) = 4.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 4$. Тогда $AD = 8$, $BC = 2$. Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 4, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{5}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в неё окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{5} \cdot 4 = 0,8$.

Ответ: 0,8.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Вариант 5**21**Решите уравнение $(x-4)^4 - 4(x-4)^2 - 21 = 0$.**Решение.**Пусть $t = (x-4)^2$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 - 4t - 21 = 0,$$

откуда $t = -3$ или $t = 7$.Уравнение $(x-4)^2 = -3$ не имеет корней.Уравнение $(x-4)^2 = 7$ имеет корни $4 - \sqrt{7}$ и $4 + \sqrt{7}$.**Ответ:** $4 - \sqrt{7}$; $4 + \sqrt{7}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Моторная лодка прошла против течения реки 221 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{221}{v-4} - \frac{221}{v+4} = 2;$$

$$221v + 884 - 221v + 884 = 2v^2 - 32;$$

$$v^2 = 900,$$

откуда $v = 30$.

Ответ: 30 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - 3x)|x|}{x - 3}$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

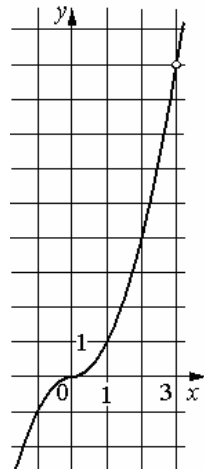
Преобразуем выражение: $\frac{(x^2 - 3x)|x|}{x - 3} = x|x|$ при условии,

что $x \neq 3$.

Построим график функции $y = -x^2$ при $x < 0$ и график функции $y = x^2$ при $0 \leq x < 3$ и $x > 3$.

Прямая $y = t$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $t = 9$.

Ответ: 9.

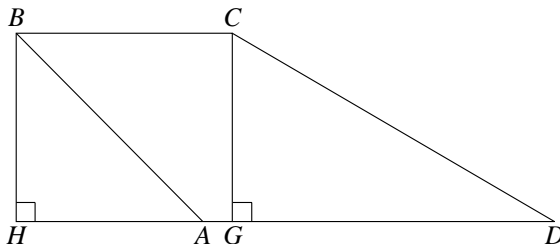


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 150° , а $CD = 32$.

Решение.



Проведём перпендикуляры BH и CG к прямой AD .

В прямоугольном треугольнике CDG угол GCD равен 60° , следовательно,
 $CG = CD \cdot \cos 60^\circ = 16$.

В прямоугольном треугольнике ABH катет $BH = CG = 16$, а угол ABH равен 45° . Значит, $AB = \frac{BH}{\cos 45^\circ} = \frac{16}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 16\sqrt{2}$.

Ответ: $16\sqrt{2}$.

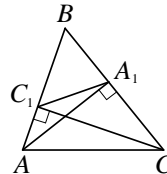
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы AA_1C_1 и ACC_1 равны.

Доказательство.

Диагонали четырёхугольника AC_1A_1C пересекаются, значит, он является выпуклым. Поскольку $\angle AC_1C = \angle AA_1C = 90^\circ$, около четырёхугольника AC_1A_1C можно описать окружность. Следовательно, углы AA_1C_1 и ACC_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AC_1 .

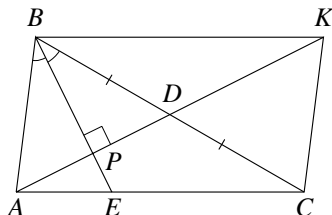


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

Решение.



Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рисунок). Треугольник ABD равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 6; \quad BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника ABC имеем

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2,$$

откуда $AC = 3AE$.

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда

$$BK = AC = 3AE.$$

Из подобия прямоугольных треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE = 3$ и $BP = 9$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 3\sqrt{13}; \quad BC = 2AB = 6\sqrt{13};$$

$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 3\sqrt{5}; \quad AC = 3AE = 9\sqrt{5}.$$

Ответ: $3\sqrt{13}$; $6\sqrt{13}$; $9\sqrt{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Вариант 6

21 Решите уравнение $(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$.

Решение.

Пусть $t = (x+2)^2$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 - 4t - 5 = 0,$$

откуда $t = -1$ или $t = 5$.

Уравнение $(x+2)^2 = -1$ не имеет корней.

Уравнение $(x+2)^2 = 5$ имеет корни $-2 - \sqrt{5}$ и $-2 + \sqrt{5}$.

Ответ: $-2 - \sqrt{5}$; $-2 + \sqrt{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Моторная лодка прошла против течения реки 192 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{192}{v-4} - \frac{192}{v+4} = 4; \quad 192v + 768 - 192v + 768 = 4v^2 - 64; \quad v^2 = 400,$$

откуда $v = 20$.

Ответ: 20 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

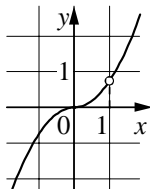
23

Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1} = 0,75x|x|$ при условии, что $x \neq 1$.

Построим график функции $y = -0,75x^2$ при $x < 0$ и график функции $y = 0,75x^2$ при $0 \leq x < 1$ и $x > 1$.



Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = 0,75$.

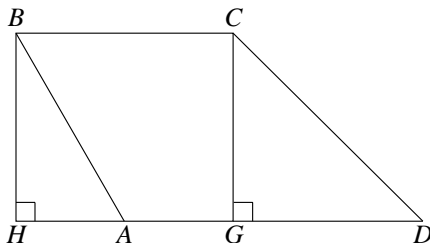
Ответ: 0,75.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD = 24$.

Решение.



Проведём перпендикуляры BH и CG к прямой AD .

В прямоугольном треугольнике CDG угол GCD равен 45° , следовательно,

$$CG = CD \cdot \cos 45^\circ = 12\sqrt{2}.$$

В прямоугольном треугольнике ABH катет $BH = CG = 12\sqrt{2}$, а угол ABH

равен 30° . Значит, $AB = \frac{BH}{\cos 30^\circ} = \frac{12\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8\sqrt{6}$.

Ответ: $8\sqrt{6}$.

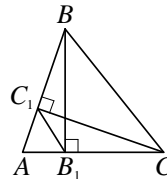
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.

Доказательство.

Диагонали четырёхугольника CB_1C_1B пересекаются, значит, он является выпуклым. Поскольку $\angle CB_1B = \angle CC_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника CB_1C_1B можно описать окружность. Следовательно, углы BB_1C_1 и BCC_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу BC_1 .

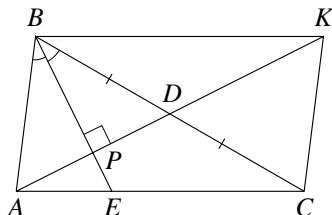


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 16. Найдите стороны треугольника ABC .

Решение.



Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рисунок). Треугольник ABD равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 8; \quad BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника ABC имеем

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2,$$

откуда $AC = 3AE$.

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда

$$BK = AC = 3AE.$$

Из подобия прямоугольных треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE = 4$ и $BP = 12$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 4\sqrt{13}; \quad BC = 2AB = 8\sqrt{13};$$

$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 4\sqrt{5}; \quad AC = 3AE = 12\sqrt{5}.$$

Ответ: $4\sqrt{13}; 8\sqrt{13}; 12\sqrt{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Вариант 7

21 Решите уравнение $(x-2)^4 + 3(x-2)^2 - 10 = 0$.

Решение.

Пусть $t = (x-2)^2$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 + 3t - 10 = 0,$$

откуда $t = -5$ или $t = 2$.

Уравнение $(x-2)^2 = -5$ не имеет корней.

Уравнение $(x-2)^2 = 2$ имеет корни $2 - \sqrt{2}$ и $2 + \sqrt{2}$.

Ответ: $2 - \sqrt{2}$; $2 + \sqrt{2}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Моторная лодка прошла против течения реки 288 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{288}{v-4} - \frac{288}{v+4} = 3; \quad 288v + 1152 - 288v + 1152 = 3v^2 - 48; \quad v^2 = 784,$$

откуда $v = 28$.

Ответ: 28 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 1,5x)|x|}{x - 2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

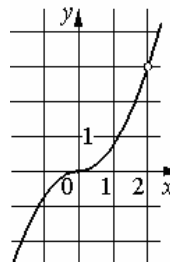
Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{(0,75x^2 - 1,5x)|x|}{x - 2} = 0,75x|x|$ при условии, что $x \neq 2$.

Построим график функции $y = -0,75x^2$ при $x < 0$ и график функции $y = 0,75x^2$ при $0 \leq x < 2$ и $x > 2$.

Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = 3$.

Ответ: 3.

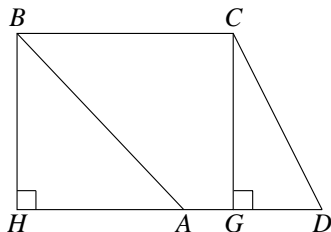


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.

Решение.



Проведём перпендикуляры BH и CG к прямой AD .

В прямоугольном треугольнике CDG угол GCD равен 30° , следовательно,

$$CG = CD \cdot \cos 30^\circ = 20\sqrt{3}.$$

В прямоугольном треугольнике ABH катет $BH = CG = 20\sqrt{3}$, а угол ABH

равен 45° . Значит, $AB = \frac{BH}{\cos 45^\circ} = \frac{20\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 20\sqrt{6}$.

Ответ: $20\sqrt{6}$.

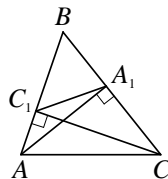
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1A_1 и CAA_1 равны.

Доказательство.

Диагонали четырёхугольника AC_1A_1C пересекаются, значит, он является выпуклым. Поскольку $\angle AC_1C = \angle AA_1C = 90^\circ$, около четырёхугольника AC_1A_1C можно описать окружность. Следовательно, углы CC_1A_1 и CAA_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу CA_1 .

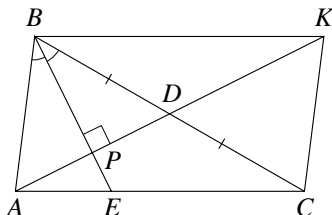


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 28. Найдите стороны треугольника ABC .

Решение.



Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рисунок). Треугольник ABD равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 14; \quad BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника ABC имеем

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2,$$

откуда $AC = 3AE$.

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда

$$BK = AC = 3AE.$$

Из подобия прямоугольных треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE = 7$ и $BP = 21$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 7\sqrt{13}; \quad BC = 2AB = 14\sqrt{13};$$

$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 7\sqrt{5}; \quad AC = 3AE = 21\sqrt{5}.$$

Ответ: $7\sqrt{13}$; $14\sqrt{13}$; $21\sqrt{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Вариант 8

21 Решите уравнение $(x+2)^4 + (x+2)^2 - 12 = 0$.

Решение.

Пусть $t = (x+2)^2$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2 + t - 12 = 0,$$

откуда $t = -4$ или $t = 3$.

Уравнение $(x+2)^2 = -4$ не имеет корней.

Уравнение $(x+2)^2 = 3$ имеет корни $-2 - \sqrt{3}$ и $-2 + \sqrt{3}$.

Ответ: $-2 - \sqrt{3}$; $-2 + \sqrt{3}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{255}{v-1} - \frac{255}{v+1} &= 2; \\ 255v + 255 - 255v + 255 &= 2v^2 - 2; \\ v^2 &= 256, \end{aligned}$$

откуда $v = 16$.

Ответ: 16 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 2,25x)|x|}{x-3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{(0,75x^2 - 2,25x)|x|}{x-3} = 0,75x|x|$

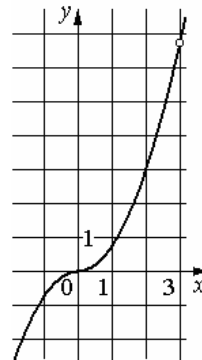
при условии, что $x \neq 3$.

Построим график функции $y = -0,75x^2$ при $x < 0$

и график функции $y = 0,75x^2$ при $0 \leq x < 3$ и $x > 3$.

Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = 6,75$.

Ответ: 6,75.

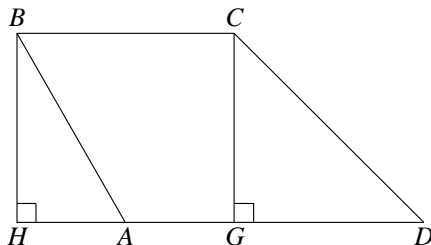


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

24

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD = 36$.

Решение.



Проведём перпендикуляры BH и CG к прямой AD .

В прямоугольном треугольнике CDG угол GCD равен 45° , следовательно,

$$CG = CD \cdot \cos 45^\circ = 18\sqrt{2}.$$

В прямоугольном треугольнике ABH катет $BH = CG = 18\sqrt{2}$, а угол ABH

равен 30° . Значит, $AB = \frac{BH}{\cos 30^\circ} = \frac{18\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 12\sqrt{6}$.

Ответ: $12\sqrt{6}$.

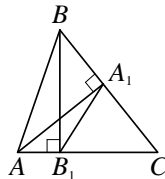
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

Доказательство.

Диагонали четырёхугольника AB_1A_1B пересекаются, значит, он является выпуклым. Поскольку $\angle AB_1B = \angle AA_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника AB_1A_1B можно описать окружность. Следовательно, углы AA_1B_1 и ABB_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AB_1 .

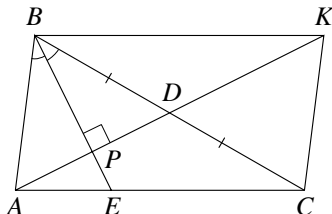


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

26

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 36. Найдите стороны треугольника ABC .

Решение.



Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рисунок). Треугольник ABD равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 18; \quad BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника ABC имеем

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2,$$

откуда $AC = 3AE$.

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда

$$BK = AC = 3AE.$$

Из подобия прямоугольных треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE = 9$ и $BP = 27$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 9\sqrt{13}; \quad BC = 2AB = 18\sqrt{13};$$

$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 9\sqrt{5}; \quad AC = 3AE = 27\sqrt{5}.$$

Ответ: $9\sqrt{13}$; $18\sqrt{13}$; $27\sqrt{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Оглавление

Предисловие	3
Инструкция по выполнению работы.....	4
Вариант 1	5
Вариант 2	12
Вариант 3	19
Вариант 4	26
Вариант 5	33
Вариант 6	40
Вариант 7	47
Вариант 8	54
Справочные материалы	61
Система оценивания экзаменационной работы по математике	63
Ответы к заданиям	63
Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом.....	65
Вариант 1	65
Вариант 2	71
Вариант 3	77
Вариант 4	83
Вариант 5	89
Вариант 6	95
Вариант 7	101
Вариант 8	107